# Secondo Convegno Italiano
# di Teoria dei Numeri
# Parma 13 – 15 novembre 2003


**Con il contributo di**

Università di Parma
Dipartimento di Matematica, Parma
Progetto Cofin2002 “Funzioni zeta e *L* e problemi diofantei in teoria dei numeri”

# Indice

# 1

# Annuncio

Il SECONDO CONVEGNO ITALIANO DI TEORIA DEI NUMERI avrà luogo a Parma fra il 13 ed il 15 novembre 2003, presso il Dipartimento di Matematica, situato in Via Massimo d'Azeglio, 85/a. Il Comitato Organizzatore è formato da

- Alberto Perelli, Università di Genova;
- Carlo Viola, Università di Pisa;
- Alessandro Zaccagnini, Università di Parma;
- Umberto Zannier, Università di Venezia.

Questo testo è disponibile all'indirizzo
`http://www.math.unipr.it/~zaccagni/iitdn/psfiles/Programma.pdf`
Il programma aggiornato è disponibile all'indirizzo
`http://www.math.unipr.it/~zaccagni/iitdn/Programma.html`

## 1.1 Informazioni varie

I seminari si terranno nell'Aula B del Dipartimento di Matematica, al piano terra, secondo il Programma indicato piú avanti. Saranno a disposizione dei Conferenzieri due proiettori per trasparenze con relativi schermi ed un proiettore collegabile ad un portatile.

Saranno a disposizione di tutti i Partecipanti:

**Stanza per l'intervallo.** Biblioteca del primo piano.

**Materiale di cancelleria e fotocopie.** Presso la Reception al piano terra: è a disposizione dei Partecipanti una scheda per le fotocopie.

**Accesso ad Internet, Stampante.** Aula Attrezzata, al primo piano sopra la Reception. Due computer collegati ad Internet sono disponibili nella Biblioteca del primo piano.

**Biblioteca ed aula studio.** Al secondo piano.

## 1.2 Come raggiungere il Dipartimento di Matematica

Il Dipartimento ha tre accessi: uno da Via Massimo d'Azeglio, 85, uno da Piazzale S. Croce ed uno da Via Kennedy (il piú vicino al parcheggio). Si faccia riferimento alle carte di Parma disponibili agli indirizzi `http://www.math.unipr.it/~rivista/FOTO/mappa2.jpg` e `http://www.math.unipr.it/~rivista/FOTO/SantIlario.jpg`

**Dall'Autostrada del Sole** Si lascia l'Autostrada a **Parma Nord** e si prende la direzione del centro cittadino. Una volta raggiunto Viale Europa, lo si percorre fino alla fine, e, poco dopo il sottopassaggio della ferrovia, si trova una rotonda in prossimità del Ponte Bottego: si svolta a destra passando il ponte, e si prosegue per Viale Piacenza. Al secondo semaforo si svolta a sinistra in Viale Pasini, e da qui si raggiunge Piazzale S. Croce.

**Dalla Stazione: in autobus** Si prenda l'Autobus n. 7 dal Piazzale antistante la Stazione (Piazzale dalla Chiesa) in direzione "Università Sud" e si scenda all'ultima fermata su Via Massimo d'Azeglio, in prossimità di Piazzale Santa Croce. **Attenzione**. Quello appena indicato **non** è il percorso normale dell'Autobus n. 7, a causa di lavori stradali in fase di ultimazione: non è stato ancora possibile sapere se i lavori saranno completati prima dell'inizio del Convegno. Il percorso normale prevede che dopo il Ponte di Mezzo l'Autobus prosegua per la Strada Imbriani: in questo caso, si scenda in Piazza Picelli, dalla quale si può rapidamente raggiungere Via d'Azeglio e quindi il Dipartimento.

**Dalla Stazione: a piedi** Si prenda Via Toschi e poi Viale Mariotti fino al Ponte di Mezzo, e poi a destra per Via d'Azeglio fin quasi al Piazzale S. Croce. Suggeriamo in alternativa di prendere Via Toschi, il Ponte Giuseppe Verdi, e poi attraversare tutto il Parco Ducale fino all'uscita nei pressi di Piazzale S. Croce. In entrambi i casi, ci vuole circa un quarto d'ora.

**Dal centro** Si prenda l'Autobus n. 3, 4 o 5 da Piazza Garibaldi o da Via Mazzini, fino a Piazzale S. Croce.

**Nota bene**: non è facile parcheggiare nei dintorni del Dipartimento di Matematica. I pochi posti disponibili sono quasi tutti a pagamento e si trovano lungo Via Kennedy, Viale della Vittoria, Viale Pasini, e nelle zone indicate nella carta a pagina 26 con il simbolo **P**.

## 1.3 Ringraziamenti

Gli organizzatori desiderano ringraziare

- il Rettore dell'Università di Parma per il finanziamento;
- il Dipartimento di Matematica dell'Università di Parma per l'ospitalità, per aver messo a disposizione le strutture, e per il generoso finanziamento;
- il personale del Dipartimento di Matematica per la fattiva collaborazione;
- la Dottoressa Ramona Bassi per il disegno delle Torri dei Paolotti riprodotto sulla copertina;
- la Signora Fausta Guzzoni per l'organizzazione e la supervisione dei rinfreschi.

# 2

# Programma

## Mercoledí 12 novembre 2003

Ore 16.00–19.00: Registrazione dei partecipanti presso la Sala della Biblioteca.

## Giovedí 13 novembre 2003

| | | |
|---|---|---|
| 8.30– 9.30 | Registrazione | |
| 9.30–10.20 | Francesco Amoroso | Minorazione dell'altezza normalizzata in una potenza del gruppo moltiplicativo |
| 10.30–10.50 | Valerio Talamanca | Prodromi di una teoria delle altezze su $K$-algebre separabili non commutative |
| 11.00–11.30 | Intervallo | |
| 11.30–11.50 | Federico Pellarin | Sistemi differenziali e stime di molteplicità |
| 12.00–12.20 | Rania Wazir | Sul rango di Mordell–Weil per famiglie di varietà abeliane |
| 12.30–12.50 | Andrea Bandini | Congettura di Greenberg per $\mathbb{Z}_p^d$-estensioni |
| 13.00–14.30 | Intervallo | |
| 14.30–15.20 | Alberto Perelli | Funzioni $L$: la classe di Selberg |
| 15.30–15.50 | Alessandro Languasco | Stime per l'insieme eccezionale in intervalli corti di due problemi additivi con numeri primi |
| 16.00–16.30 | Intervallo | |
| 16.30–16.50 | Giuseppe Molteni | Il polinomio caratteristico di due matrici trigonometriche |
| 17.00–17.20 | Danilo Bazzanella | Numeri primi tra quadrati consecutivi |
| 17.30–17.50 | Giovanni Coppola | Simmetria di funzioni aritmetiche in quasi tutti gli intervalli corti |
| 18.00–18.20 | Francesco Pappalardi | Somme esponenziali e enumerazione di polinomi permutazione |

## Venerdí 14 novembre 2003

| | | |
|---|---|---|
| 9.30–10.20 | Francesco Baldassarri | Monodromia $p$-adica, filtrazioni sugli $F$-cristalli e formule $p$-adiche |
| 10.30–10.50 | Carlo Gasbarri | Deformazioni di torsori sotto alcuni schemi in gruppo d'ordine $p^n$ |
| 11.00–11.30 | Intervallo | |
| 11.30–11.50 | François Brunault | Zagier's conjecture on special values of $L$-functions |
| 12.00–12.20 | Andrea Surroca | Punti interi sulle curve algebriche e congettura *abc* |
| 12.30–12.50 | Ottavio Rizzo | Esponenziazione veloce con le catene di addizione/sottrazione |
| 13.00–14.30 | Intervallo | |
| 14.30–15.20 | Carlo Viola | L'aritmetica degli integrali euleriani |
| 15.30–15.50 | Pietro Corvaja | Equazioni di Thue generalizzate |
| 16.00–16.30 | Intervallo | |
| 16.30–16.50 | Amedeo Scremin | Equazioni e disequazioni diofantee esponenziali |
| 17.00–17.20 | Thomas Stoll | Equazioni diofantee per polinomi ortogonali |
| 17.30–17.50 | Mathias Lederer | Explicit constructions in splitting fields of polynomials |
| 18.00–18.20 | Razvan Dinu Litcanu | Alcune osservazioni su una congettura di Dwork |

Ore 20. Cena presso la *Corale Giuseppe Verdi*, Vicolo Asdente, 9.

## Sabato 15 novembre 2003

| | | |
|---|---|---|
| 9.30– 9.50 | Francesco Chiera | Serie theta e operatore traccia |
| 10.00–10.50 | Roberto Dvornicich | Divisibilità locale-globale nei gruppi algebrici commutativi |
| 11.00–11.30 | Intervallo | |
| 11.30–11.50 | Giuseppe Melfi | Su alcune successioni di interi |
| 12.00–12.20 | Wenchang Chu | Algebraic structure of $\mathbb{Z}_p^\times$ and related integer functions |
| 12.30–12.50 | Leonardo Zapponi | Alberi e torsione sulle curve iperellittiche |

# 3

# Sunti

## Francesco Amoroso (Giovedí 13 novembre, ore 9.30–10.20)

### Minorazione dell'altezza normalizzata in una potenza del gruppo moltiplicativo

La nozione di "altezza" ha un ruolo fondamentale in teoria dei numeri. L'esempio più semplice è l'altezza di Weil di un intero algebrico:

$$h(\alpha) = \frac{1}{[\mathbb{Q}(\alpha) : \mathbb{Q}]} \sum \log |\sigma\alpha| \, ,$$

dove la somma è fatta sull'insieme dei coniugati algebrici di $\alpha$ di modulo $> 1$. L'altezza di Weil si estende facilmente al gruppo moltiplicativo $\overline{\mathbb{Q}}^*$ e soddisfa numerose buone proprietà. Per esempio: $h(\alpha^n) = nh(\alpha)$ ($n \in \mathbb{N}$) e $h(\alpha) = 0$ se e solo se $\alpha$ è di torsione (ovverosia se e soltanto se $\alpha$ è una radice dell'unità).

La nozione di altezza si generalizza in differenti modi: è possibile ad esempio definire un'altezza normalizzata per sottovarietà algebriche di alcuni gruppi algebrici, che soddisfi come prima delle buone proprietà rispetto alla struttura di gruppo. In questo seminario ci occuperemo esclusivamente dell'altezza normalizzata di sottovarietà di una potenza del gruppo moltiplicativo. Per sottovarietà $V$ di $(\overline{\mathbb{Q}}^*)^n$ intenderemo l'intersezione di una sottovarietà algebrica di $\mathbb{P}_n(\overline{\mathbb{Q}})$ con $(\overline{\mathbb{Q}}^*)^n$; il grado di $V$ sarà allora il grado (in senso usuale) della chiusura di Zariski di $V$ in $\mathbb{P}_n(\overline{\mathbb{Q}})$. Per altezza di un punto $\boldsymbol{\alpha} \in (\overline{\mathbb{Q}}^*)^n$ intenderemo l'altezza di Weil di $(1, \boldsymbol{\alpha}) \in \mathbb{P}_n(\overline{\mathbb{Q}})$, che generalizza in maniera naturale l'altezza di un numero algebrico: si ha quindi una nozione di altezza per varietà di dimensione zero, che è possibile generalizzare ad una varietà $V$ di dimensione positiva con una costruzione simile a quella dell'altezza di Neron–Tate su una curva ellittica. L'altezza di $V$ così definita si chiama "altezza normalizzata" e si indica $\hat{h}(V)$. Essa è strettamente legata ad un'altra quantità introdotta da Szpiro e ben più semplice da definire: il "minimo essenziale". Sia $V$ una sottovarietà di $(\overline{\mathbb{Q}}^*)^n$ e sia $\theta$ un reale positivo. Denotiamo con $V(\theta)$ l'insieme dei punti di $V$ di altezza $< \theta$. Si definisce allora minimo essenziale di $V$ il numero reale:

$$\hat{\mu}^{\mathrm{ess}}(V) = \inf\{\theta > 0 \text{ t.c. } V(\theta) \text{ è Zariski denso in } V\} \, .$$

Il minimo essenziale fornisce una prima informazione sulla distribuzione dei punti di altezza piccola di $V$. Il quoziente tra altezza e grado di $V$ è (per un caso particolare di un teorema di Zhang) comparabile al minimo essenziale della varietà; precisamente:

$$\frac{\hat{h}(V)}{(\dim(V)+1)\deg(V)} \leq \hat{\mu}^{\mathrm{ess}}(V) \leq \frac{\hat{h}(V)}{\deg(V)} ,$$

dove $\hat{h}(V)$ e $\hat{\mu}^{\mathrm{ess}}(V)$ designano rispettivamente l'altezza normalizzata ed il minimo essenziale di $V$.

È ben noto che le sottovarietà hanno altezza (o minimo essenziale) non negativa, nulla se e soltanto se sono sottovarietà di torsione (riunione di traslati di sottogruppi per punti di torsione). In questo seminario descriveremo brevemente le minorazioni ottenute in collaborazione con S. David (Paris VI) per il minimo essenziale di una sottovarietà definità sui razionali e non di torsione. Queste minorazioni sono state recentemente estese al caso "geometrico", dove non si fanno più ipotesi sul campo di definizione della sottovarietà ma si suppone che essa non sia riunione di traslati di sottogruppi (per punti eventualmente di ordine infinito).

Descriveremo quindi alcuni risultati più precisi sulla distribuzione dei punti di altezza piccola di una sottovarietà $V$. Nel caso aritmetico ($V$ definita sui razionali) è possibile adattare i metodi sviluppati per minorare l'estremo inferiore dell'altezza su $V^*$, complementare in $V$ dell'unione delle sottovarietà di torsione contenute in $V$. Similmente, nel caso geometrico ci si interessa ai punti altezza piccola di $V^0$, complementare in $V$ dell'unione dei traslati di sottogruppi di dimensione $\geq 1$ contenuti in $V$. Si ottiene in questo caso una stima per l'estremo inferiore dell'altezza su $V^0$ privato di un numero finito di punti.

Termineremo il seminario con una lista di problemi ancora aperti in questo campo di ricerca.

## Francesco Baldassarri (Venerdí 14 novembre, ore 9.30–10.20)

### Monodromia $p$-adica, filtrazioni sugli $F$-cristalli e formule $p$-adiche

Sia $X$ una curva liscia su un corpo $k$ perfetto di caratteristica $p > 0$. La corrispondenza di Katz stabilisce una naturale equivalenza tra la categoria delle rappresentazioni lineari del gruppo fondamentale étale $\pi_1(X)$ e la categoria degli $F$-iso-cristalli a radici unità. Aggiungendo l'ipotesi di surconvergenza all'infinito, si isolano le rappresentazioni "quasi-unipotenti" all'infinito, quelle cioè in cui l'inerzia del gruppo fondamentale di ogni punto all'infinito, agisce attraverso un quoziente finito.

È opportuno studiare più in generale la categoria degli $F$-iso-cristalli surconvergenti. Grazie ai recenti risultati di André, Mebkhout e Kedlaya, tutti questi $F$-iso-cristalli sono quasi-unipotenti all'infinito, nel senso che esiste, localmente in ogni punto all'infinito, un ricoprimento étale su cui essi divengono estensioni iterate di *twists* alla Tate di $F$-iso-cristalli surconvergenti a radici unità. Appoggiandoci sul lavoro di Kedlaya, possiamo chiarire che *se il poligono di Newton di un $F$-iso-cristallo surconvergente è ovunque (anche all'infinito!) costante, allora il cristallo è globalmente estensione iterata di twists alla Tate di $F$-iso-cristalli surconvergenti a radici unità.* Questo può venire applicato, fra l'altro, a giustificare formule $p$-adiche del tipo di quella di Koblitz-Diamond per la continuazione analitica della funzione $\mathcal{F}(a,b,c;\lambda)$ ottenuta dalla classica funzione ipergeometrica di Gauss $F(a,b,c;\lambda)$, for $a$, $b$, $c \in \mathbf{Z}_p$, $c \notin \mathbf{Z}_{\leq 0}$. Questa funzione è l'estensione

$p$-adica massimale del rapporto

$$\frac{F(a,b,c;\lambda)}{F(a',b',c';\lambda^p)} \in 1+\lambda\mathbf{Q_p}[[\lambda]]$$

ove per $a \in \mathbf{Z}_p$, $a' \in \mathbf{Z}_p$ è definito unicamente dalla condizione che $pa'-a=\mu_a \in \{0,1,\dots,p-1\}$. Definiamo anche ricorsivamente $a^{(0)}=a$, e $a^{(i+1)}=(a^{(i)})'$, per $i=0,1,\dots$. La formula di Koblitz-Diamond asserisce che, se $\mu_{c^{(i)}} > \mu_{a^{(i)}}+\mu_{b^{(i)}}$ per ogni $i=0,1,\dots$, allora $\mathcal{F}(a,b,c;\lambda)$ si estende analiticamente nel disco aperto di raggio 1 attorno a $\lambda=1$ e

$$\mathcal{F}(a,b,c;1)=\frac{\Gamma_p(c)\Gamma_p(c-a-b)}{\Gamma_p(c-a)\Gamma_p(c-b)}$$

(ove $\Gamma_p$ denota la funzione gamma $p$-adica di Morita).

Il contenuto "motivico" di questo tipo di formule, è da chiarire.

Naturalmente, quanto detto mostra che in caratteristica $p$ i fenomeni più interessanti, perché più diversi dal caso complesso, si verificano *precisamente* quando le ipotesi del risultato qui descritto *non* sono verificate. In tali casi il poligono di Newton è diverso da quello generico in un numero finito di punti detti il "luogo supersingolare". In caratteristica $p$ dunque il fenomeno più interessante è la *monodromia attorno alle fibre supersingolari*, come intuito da Washnitzer e spiegato da Dwork. Su questo torneremo in un'altra occasione.

## Andrea Bandini (Giovedí 13 novembre, ore 12.30–12.50)

### Congettura di Greenberg per $\mathbb{Z}_p^d$-estensioni

Sia $p$ un numero primo. Sia $k$ un campo di numeri e sia $\tilde{k}$ la composizione di tutte le $\mathbb{Z}_p$-estensioni di $k$, in modo che $Gal(\tilde{k}/k)\simeq\mathbb{Z}_p^d$ per qualche $d\leq[k:\mathbb{Q}]$. Siano $k=k_0\subset k_1\subset\cdots\subset k_n\subset\dots$ campi di numeri tali che $\tilde{k}=\bigcup k_n$ e sia $A_{k_n}$ la $p$-parte del gruppo delle classi di $k_n$. Tramite le mappe naturali di norma ed inclusione possiamo definire

$$\varprojlim_n A_{k_n}\overset{def}{=}Y_{\tilde{k}} \quad \text{e} \quad \varinjlim_n A_{k_n}\overset{def}{=}A_{\tilde{k}}\ .$$

Sia $L_{\tilde{k}}$ la massima pro-$p$-estensione abeliana non ramificata di $\tilde{k}$. La class field theory e la teoria di Galois forniscono un isomorfismo $Y_{\tilde{k}}\simeq Gal(L_{\tilde{k}}/\tilde{k})$. Quindi $Gal(\tilde{k}/k)$ agisce tramite coniugio su $Y_{\tilde{k}}$ e $Y_{\tilde{k}}$ ha una struttura naturale di modulo su $\mathbb{Z}_p[[Gal(\tilde{k}/k)]]\overset{def}{=}\Lambda_d$. Sfruttando un teorema di struttura per $\Lambda_d$-moduli R. Greenberg ha dimostrato che $Y_{\tilde{k}}$ è un $\Lambda_d$-modulo di torsione e, sulla base di numerosi esempi, ha formulato la seguente

**Congettura** (2001) *$Y_{\tilde{k}}$ è un $\Lambda_d$-modulo pseudo-nullo (i.e. il suo annullatore ha altezza $\geq 2$).*

Tale enunciato generalizza la classica congettura sugli invarianti $\lambda$ e $\mu$ di Iwasawa per una $\mathbb{Z}_p$-estensione di un campo totalmente reale. Infatti un $\Lambda_1$-modulo è pseudo-nullo se e solo se è finito e, per una $\mathbb{Z}_p$-estensione, questo equivale a $\lambda=\mu=0$.

La congettura (con $p\neq 2$) è stata verificata per molti campi quadratici (reali ed immaginari) e per alcuni campi ciclotomici.

Usando i risultati noti per i campi quadratici verificheremo la congettura per numerosi campi biquadratici e, più in generale, per campi $k$ con $Gal(k/\mathbb{Q}) \simeq (\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})^n$.
Inoltre la congettura è in stretta relazione con il problema del comportamento degli ideali nella torre di estensioni $\tilde{k}/k$. Si dimostra che se $Y_{\tilde{k}}$ è pseudo-nullo allora $A_{\tilde{k}} = 0$ cioè gli ideali "capitolano" (i.e. diventano principali) in $\tilde{k}$. Per tutti i campi $k$ non totalmente reali per i quali riusciamo a verificare la congettura, dimostreremo che è possibile trovare una $\mathbb{Z}_p^2$-estensione $K$, contenuta in $\tilde{k}$, nella quale gli ideali sono già principali (vedremo anche come questo sia un risultato ottimale).

## Danilo Bazzanella (Giovedí 13 novembre, ore 17.00–17.20)

### Numeri primi tra quadrati consecutivi

Una nota congettura sulla distribuzione dei numeri primi asserisce che tra due quadrati consecutivi è sempre compreso almeno un numero primo. Attualmente non è nota alcuna dimostrazione di tale fatto, nemmeno assumendo ipotesi forti sulla distribuzione dei primi come l'Ipotesi di Riemann o la Congettura di Montgomery.

L'unica prova condizionale della congettura è dovuta a Goldston che, nel suo lavoro del 1990, ha dedotto la congettura sui primi tra quadrati consecutivi assumendo una versione forte della Congettura di Montgomery.

Il mio contributo allo studio di tale questione è una nuova prova condizionale della congettura che, nonostante l'assunzione di una ipotesi più debole di quella di Goldston, implica un risultato più forte sulla distribuzione dei primi in intervalli del tipo $[n^2,(n+1)^2]$. A tale fine si definisca la seguente congettura.

**Congettura 1** *Posto* $\vartheta(x) = \sum_{p\le x} \log p$ *e* $J(N,h) = \int_1^N (\vartheta(x+h)-\vartheta(x)-h)^2\,dx$*, si ha*

$$J(N+Y,h)-J(N,h) = o(hN),$$

*uniformemente per* $1 \le Y \le N^{1/2}$ *e* $N^{1/2} \ll h \ll N^{1/2}$.

Il mio risultato principale è il seguente teorema.

**Teorema** *Si assuma la Congettura 1. Gli intervalli del tipo* $[n^2,(n+1)^2]$ *contengono il numero atteso di primi per* $n \to \infty$.

## François Brunault (Venerdí 14 novembre, ore 11.30–11.50)

### Zagier's conjecture on special values of $L$-functions

In this talk I will state Zagier's conjecture for number fields and discuss generalizations of this conjecture to curves over $\mathbf{Q}$. The formulation of these generalizations raises many deep and interesting questions.

Let $F$ be a number field and $\zeta_F(s)$ the Dedekind zeta function of $F$. This function determines many arithmetical invariants of $F$, like the absolute value $|D_F|$ of the discriminant of $F$, and the number $r_1$ (resp. $2r_2$) of real (resp. complex) embeddings of $F$.

In particular we expect the special values of $\zeta_F(s)$ at positive integers to contain much arithmetical information about $F$.

If $F = \mathbf{Q}$ it is known since Euler that

$$\zeta_{\mathbf{Q}}(2m) = \zeta(2m) \in \pi^{2m}\mathbf{Q}^* \qquad (m \geq 1).$$

More generally, if $F$ is totally real ($r_2 = 0$) a theorem of Klingen and Siegel says that

$$\zeta_F(2m) \in \frac{\pi^{2m[F:\mathbf{Q}]}}{|D_F|^{1/2}}\mathbf{Q}^* \qquad (m \geq 1).$$

Another case of interest is the case $s = 1$. The function $\zeta_F(s)$ has a simple pole at $s = 1$, and using the functional equation, a zero of order $r_1 + r_2 - 1$ at $s = 0$. A celebrated theorem of Dirichlet says the following.

**Theorem 1 (Dirichlet)** *The following equality holds*

$$\lim_{s \to 0} \zeta_F(s) s^{-(r_1+r_2-1)} = -\frac{h_F R_F}{\omega_F},$$

*where $h_F$ is the class number of $F$, $\omega_F$ is the number of roots of unity of $F$, and $R_F$ is* Dirichlet's regulator *associated to $F$.*

Here we are interested in the arithmetical nature of the regulator $R_F$. It is defined using the *regulator mapping*

$$\begin{aligned} \rho_F : O_F^* &\to \mathbf{R}^\Sigma \\ x &\mapsto (\log |x|_\sigma)_{\sigma \in \Sigma}, \end{aligned}$$

where $\Sigma$ is the set of standard archimedean absolute values of $F$ (we have $|\Sigma| = r_1 + r_2$). The image of $\rho_F$ is a lattice in a real hyperplane $H \subset \mathbf{R}^\Sigma$, and $R_F$ is defined to be the covolume of this lattice with respect to the Lebesgue measure on $H$.

In particular, we see that Dirichlet's regulator $R_F$ can be writen as a determinant of a matrix whose entries are logarithms of numbers in $F$. This matrix has size $r_1 + r_2 - 1$.

Now, for any $k \geq 1$, let

$$\mathrm{Li}_k(z) := \sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^n}{n^k} \qquad (|z| < 1).$$

The function $\mathrm{Li}_k$ extends to a multivalued function on $\mathbf{C} \backslash \{0,1\}$ (that is, $\mathrm{Li}_k$ is defined on the universal covering of $\mathbf{C} \backslash \{0,1\}$). We have the obvious equality

$$\zeta(m) = \mathrm{Li}_m(1) \qquad (m \geq 2).$$

Dirichlet's theorem and a result of Zagier on 3-dimensional hyperbolic geometry suggest that for any number field $F$ and any integer $m \geq 2$, the special value $\zeta_F(m)$ should be linked to the polylogarithm functions $\mathrm{Li}_k$ $(1 \leq k \leq m)$. The precise formulation of this link is the object of Zagier's conjecture.

Zagier defines for any $m \geq 2$ the single-valued real-analytic function $D_m$ on $\mathbf{P}^1(\mathbf{C})\backslash\{0,1,\infty\}$ by

$$D_m(z) := \Re_m\left(\sum_{r=0}^{m-1} \frac{(-1)^r}{r!}\log^r|z|\mathrm{Li}_{m-r}(z) - \frac{(-1)^m}{2m!}\log^m|z|\right)$$

where $\Re_m$ stands for $\Re$ or $\Im$ depending whether $m$ is odd or even. This function generalizes the Bloch-Wigner function $D(z)$ which is the $m=2$ case. Let us denote $r_+ = r_1 + r_2$ and $r_- = r_2$. We can now formulate Zagier's conjecture for number fields.

**Conjecture 2 (Zagier's conjecture for number fields)** *Let $F$ be a number field and $m$ be an integer $\geq 2$. Let us denote $(-1)^m = \pm 1$. Then the special value $\zeta_F(m)$ is equal up to a non-zero rational factor to*

$$\pi^{mr_\pm} \det M$$

*where $M$ is a matrix of size $r_\mp$ whose entries are $\mathbf{Z}$-linear combinations of numbers $D_m(x)$ with $x \in F$.*

Zagier's conjecture for number fields has been essentially proved by Zagier in the case $m=2$, and by Goncharov in the case $m=3$.

In my talk I will discuss the analogue of Zagier's conjecture for $L$- functions of elliptic curves over $\mathbf{Q}$ (the so-called elliptic Zagier's conjecture). It has been formulated by Wildeshaus in 1997 and proved in the case $m=2$ by Goncharov and Levine in 1998.

I will also discuss the interesting problem of generalizing Zagier's conjecture to any curve $X$ over $\mathbf{Q}$.

## Francesco Chiera (Sabato 15 novembre, ore 9.30–9.50)

### Serie theta e operatore traccia

Sia $\Gamma$ un sottogruppo di congruenza di $Sp(n,\mathbb{Z})$. Si denoti con $[\Gamma,\rho,\chi]$ lo spazio delle forme modulari relative a $\Gamma$ rispetto alla rappresentazione razionale $\rho = [\rho_0, r]$ e sistema di moltiplicatori $\chi$. Come è noto, fissati $\Gamma$, $\rho$ e $\chi$, è possibile costruire famiglie di forme modulari in $[\Gamma,\rho,\chi]$ considerando opportune serie theta relative a forme quadratiche razionali definite positive ed eventualmente munite delle necessarie *caratteristiche*. In particolare, tali costruzioni sono semplici ed esplicite nel caso dei sottogruppi di congruenza appartenenti alle classi classicamente più rilevanti quali i sottogruppi di Hecke $\Gamma_{n,0}[q]$, i sottogruppi principali di congruenza $\Gamma_n[q]$, o i sottogruppi di Igusa $\Gamma_n[q,2q]$. Sia dunque $\Theta[\Gamma]_\rho \subset [\Gamma,\rho,\chi]$ il sottospazio generato da queste opportune serie theta.

Se inoltre si considera una coppia di sottogruppi di congruenza $\Gamma' \supset \Gamma$ e una coppia di sistemi di moltiplicatori $\chi'$ su $\Gamma'$ e $\chi$ su $\Gamma$ tali che $\chi'|_\Gamma = \chi$, è naturale chiedersi se valga la seguente relazione:

$$\Theta[\Gamma]_\rho \cap [\Gamma',\rho,\chi'] = \Theta[\Gamma']_\rho\,. \tag{3.1}$$

Va sottolineato come una motivazione specifica per lo studio di tale questione provenga da alcuni risultati della teoria adelica delle rappresentazioni automorfe riguardo ai cosiddetti *theta* *liftings*. Infatti, in molti casi da tali risultati segue la rappresentabilità di forme modulari come combinazione lineare di serie theta. Purtroppo però in questo modo non è possibile fornire alcuna condizione sul tipo di serie theta coinvolte, ovvero sul *livello* delle relative forme quadratiche e dei coefficienti delle caratteristiche. Diviene dunque interessante capire se sia possibile trasformare combinazioni lineari di serie theta "generiche" in combinazioni lineari delle serie theta opportune per il particolare sottogruppo di congruenza che si prende in esame.

Il problema (3.1) può essere riformulato in termini differenti introducendo il cosiddetto *operatore traccia*. Questo altro non è che una simmetrizzazione; ovvero, data $f \in [\Gamma, \rho, v]$, esso è semplicemente definito come segue:

$$Tr^{\Gamma,v}_{\Gamma',v'} f = \frac{1}{[\Gamma' : \Gamma]} \sum_{g \in \Gamma \backslash \Gamma'} v'(g)^{-1} f|_{\rho} g \,.$$

Si è allora condotti a studiare se sia possibile esprimere l'immagine di una serie theta in $\Theta[\Gamma]_{\rho}$ sotto l'azione dell'operatore traccia come una combinazione lineare di serie theta in $\Theta[\Gamma']_{\rho}$.

In effetti, mi limiterò ad esaminare i seguenti due casi:

i) $\Gamma_{n,0}[q] \supset \Gamma_n[q]$;

ii) $\Gamma_n[N] \supset \Gamma_n[q]$ per coppie di interi dispari $N|q$.

La strategia che adotto si basa in entrambe i casi sulla dimostrazione di certe formule di commutazione fra l'operatore traccia e l'operatore $\Phi$ di Siegel. Procedendo in questo modo, riesco a spostare il problema dal dato grado $n$ al *caso singolare* e a fornire, sotto certe condizioni, una risposta affermativa al problema in esame. In effetti, le condizioni compaiono solo nel secondo caso, incontrandosi qui una ostruzione che dipende dall'annullamento di un coefficiente nella relativa formula di commutazione. La presenza di tale ostruzione ha un significato che può essere e verrà descritto. Inoltre, essa è coerente con dei risultati analoghi che sono stati dimostrati da S. Böcherer, J. Funke e R. Schulze Pillot nel caso di coppie di sottogruppi di Hecke di differente livello.

## Wenchang Chu (Sabato 15 novembre, ore 12.00–12.20)

### Algebraic Structure of $\mathbb{Z}_p^{\times}$ and Related Integer Functions

For an odd prime $p$, the algebraic structure of the group $\mathbb{Z}_p^{\times}$ under modular multiplication is investigated. Arithmetical identities on the sums related to integer functions are established. Other closed formulas on integer sums of radicals are obtained as consequences.

## Giovanni Coppola (Giovedí 13 novembre, ore 17.30–17.50)

### Simmetria di funzioni aritmetiche in quasi tutti gli intervalli corti

Diamo un breve panorama di funzioni aritmetiche, per le quali si è studiato un analogo dell'integrale di Selberg, ovvero

$$\sum_{x \sim N} \left| \sum_{|n-x| \le h} f(n) \mathrm{sgn}(n-x) \right|^2 ,$$

dove $x \sim N$ sta per $N < x \leq 2N$, $\mathrm{sgn}(t) = t/|t|\ \forall t \neq 0$, $\mathrm{sgn}(0) = 0$ ed $f$ è la funzione aritmetica in esame.

Tale media quadratica controlla la "simmetria" di $f$ attorno ad $x$, nell'intervallo "corto" $[x-h, x+h]$ (ovvero $h = h(N)$ e consideriamo $h \to \infty$, quando $N \to \infty$), per "quasi tutti" tali intervalli (ovvero per tutti, tranne $o(N)$, per $N \to \infty$). Tra le funzioni $f$ considerate: la funzione divisori $f(n) = d(n)$ (Coppola-Salerno, prossima pubblicazione su Acta Arithmetica); la funzione caratteristica degli square-free $f(n) = \mu^2(n)$ (Coppola, pross.pubbl.); una $f$ media di $\Lambda(n)$ (Coppola, pross. pubbl. su Ricerche di Matematica); $f(n) = \lambda(n)$, coefficienti di Fourier di forme modulari (Coppola-Iwaniec, p.p.); una funzione divisori primi $f(n) = \sum_{p|n, p \leq B} 1$ (Coppola, prossima pubblicazione). Discutiamo, infine, i vari metodi usati.

## Pietro Corvaja (Venerdí 14 novembre, ore 15.30–15.50)

### Equazioni di Thue generalizzate

(Da un lavoro in collaborazione con Umberto Zannier)

Nel 1909, in un celebre lavoro sul giornale di Crelle, Axel Thue dimostrò il teorema seguente:

**Teorema di Thue**. *Sia $f(X,Y) \in \mathbf{Z}[X,Y]$ un polinomio omogeneo irriducibile a coefficienti interi di grado $\geq 3$; sia $g \in \mathbf{Z}$ un intero. Allora l'equazione*

$$f(x,y) = g$$

*ha solo un numero finito di soluzioni intere.*

Lo strumento utilizzato da Thue per dimostrare il suo teorema fu un risultato sull'approssimazione di numeri algebrici mediante numeri razionali. In seguito Roth, migliorando il risultato di approssimazione di Thue, permise di generalizzare il teorema di Thue al caso in cui la costante $g$ è sostituita da un polinomio di grado $\deg g \leq \deg f - 3$.

Negli anni '70 Wolfgang Schmidt dimostrò il celebre Teorema del Sottospazio, un risultato sull'approssimazione a iperpiani definiti sul campo dei numeri algebrici mediante punti razionali. La prima applicazione di tale risultato, trovata proprio da Schmidt, permise di generalizzare il teorema di Thue al caso delle "equazioni con forme-norma", cioè equazioni del tipo

$$f(x_1, \ldots, x_n) = g$$

dove $f(x_1, \ldots, x_n)$ è un polinomio *omogeneo* irriducibile che si fattorizza nel prodotto di fattori *lineari*. Schmidt dimostra la finitezza delle soluzioni dell'equazione qui sopra sotto le ipotesi naturali.

Il nostro primo risultato consiste in una generalizzazione del teorema del sottospazio al caso in cui gli iperpiani sono sostituiti da ipersuperfici. Come applicazione otteniamo la seguente generalizzazione del teorema di Thue. Introduciamo una notazione: dato un polinomio $h(X_1, \ldots, X_n) \in \mathbf{C}[X_1, \ldots, X_n]$, indichiamo con $\overline{h} \in \mathbf{C}[X_0, \ldots, X_n]$ il suo omogeneizzato.

**Teorema**. *Sia $K$ un campo di numeri, $O \subset K$ un sotto-anello di tipo finito di $K$, $f(X_1, \ldots, X_n) \in K[X_1, \ldots, X_n]$ un polinomio che si fattorizza nel prodotto di $r$ fattori: $f = f_1 \cdots f_r$. Sia $g(x_1, \ldots, x_n)$*

*un altro polinomio. Supponiamo che l'insieme degli zeri comuni in* $\mathbf{P}_n$ *a* $X_0\overline{g}$ *e* $n-1$ *forme* $\overline{f_i}$ *sia sempre finito e che nessuna n-upla di forme* $\overline{f_i}$ *abbia uno zero comune all'infinito. Supponiamo anche*

$$\sum_{i=1}^{r} \deg(f_i) > n \max(\deg f_i) + \deg g.$$

*Allora le soluzioni* $(x_1, \dots, x_n) \in O^n$ *dell'equazione*

$$f(x_1, \dots, x_n) = g(x_1, \dots, x_n) \tag{$*$}$$

*non sono Zariski-dense nell'ipersuperficie definita da* $(*)$.

## Roberto Dvornicich (Sabato 15 novembre, ore 10.00–10.50)

### Divisibilità locale-globale nei gruppi algebrici commutativi

## Carlo Gasbarri (Venerdí 14 novembre, ore 10.30–10.50)

### Deformazioni di torsori sotto alcuni schemi in gruppo d'ordine $p^n$

(Lavoro in comune con F. Andreatta). Sia $R$ un d.v.r. completo con campo residuo $k$ perfetto di caratteristica $p > 0$ e $G$ uno schema in gruppi finito e piatto d'ordine una potenza di $p$. Sia $X \to Spec(R)$ una curva (relativa) liscia e proiettiva; $X_k$ la sua fibra speciale e $Y_k \to X_k$ un $G_k$ torsore (PHS). Tramite controesempi si puo vedere che se $G$ non è étale su $R$ non sempre si può deformare $Y_k$ a un $G$ torsore su $X$. Per schemi in gruppo che sono nuclei di isogenie d'ordine $p^n$ di schemi in gruppo affini, piatti e genericamente isomorfi a $\mathbb{G}_m$, descriveremo una teoria esplicita delle deformazioni. In particolare, descriveremo un teorema che ci dice che, a meno di cambiare la deformazione di $X_k$, è sempre possibile deformare il torsore.

## Alessandro Languasco (Giovedí 13 novembre, ore 15.30–15.50)

### Stime per l'insieme eccezionale in intervalli corti di due problemi additivi con numeri primi

Il primo risultato che presento riguarda la congettura di Goldbach. Sia $E = \{2n : 2n$ non è somma di due numeri primi$\}$ l'insieme eccezionale per la congettura di Goldbach. Sia $X$ un parametro sufficientemente grande e sia $E(X) = E \cap [1, X]$. Nel 1975 Montgomery e Vaughan provarono che

**Teorema 1 (Montgomery-Vaughan, 1975)** *Esiste una costante effettivamente computabile* $\delta > 0$ *tale che*

$$|E(X)| \ll X^{1-\delta}.$$

La dimostrazione di Montgomery-Vaughan utilizza il metodo di Hardy e Littlewood in cui particolare attenzione viene prestata alla stima del contributo fornito dal possibile zero di Siegel di una funzione $L$ di Dirichlet.

Sia ora $E(X,H) = E \cap [X, X+H]$, dove $H = o(X)$. Nei primi anni '80 Luo-Yao and Yao provarono che $|E(X,H)| \ll H^{1-\delta}$ per $X^{\frac{7}{12}+\delta} \le H \le X$. Recentemente Peneva ha dimostrato che la stima precedente vale nell'intervallo $X^{\frac{1}{3}+\delta} \le H \le X$. Questo risultato è stato successivamente migliorato dall'autore:

**Teorema 2 (Languasco, 2003)** *Esiste una costante effettivamente computabile $\delta > 0$ tale che, per $H \ge X^{\frac{7}{24}+7\delta}$, si ha*

$$|E(X,H)| \ll H^{1-\delta/600}.$$

L'articolo è in corso di pubblicazione su Monatsh. Math. Gli ingredienti necessari consistono essenzialmente nell'introdurre una opportuna valutazione del contributo individuale degli zeri delle funzioni $L$ di Dirichlet locati in una sottile striscia vicina alla linea $\Re(s) = 1$.

Il secondo risultato che presento riguarda la congettura di Hardy e Littlewood. Nel 1923 Hardy e Littlewood congetturarono che ogni intero sufficientemente grande è o una potenza $k$-esima di un intero o la somma di un primo e di una potenza $k$-esima di un intero, per $k = 2, 3$. Sia $X$ un parametro sufficientemente grande. Sia inoltre $E_k$ l'insieme degli interi che non sono né la somma di un primo e una potenza né la potenza di un intero, $E_k(X) = E_k \cap [1, X]$ e $E_k(X,H) = E_k \cap [X, X+H]$, dove $H = o(X)$.

Alla fine degli anni '80 Brünner-Perelli-Pintz e A.I. Vinogradov provarono indipendentemente che esiste una costante $\delta > 0$ tale che

$$|E_2(X)| \ll X^{1-\delta}.$$

Successivamente Zaccagnini provò che tale risultato è valido anche nel caso generale $k \ge 2$. A differenza del problema precedente non esistevano risultati in intervalli corti in cui si riuscisse a "salvare" una potenza di $H$, ma ve ne erano (Mikawa, Perelli-Pintz, Perelli-Zaccagnini) in cui la stima per $E(X,H)$ era del tipo $H \log^{-A} X$ per $H$ in opportuni intervalli.

Recentemente l'autore è stato in grado di salvare una potenza di $H$ nella stima di $|E_k(X,H)|$, $k \ge 2$, per $H$ in un opportuno intervallo.

**Teorema 3 (Languasco)** *Sia $k \ge 2$ una intero fissato e sia $K = 2^{k-2}$. Allora esiste una costante effettivamente computabile $\delta > 0$ tale che si ha*

$$|E_k(X,H)| \ll H^{1-\delta/(5K)}$$

*per $H \ge X^{7/12(1-\frac{1}{k})+\delta}$.*

L'articolo è in corso di pubblicazione su Tsukuba J. Math. La maggior ampiezza dell'intervallo in $H$ rispetto a quella del risultato precedente dipende dalla maggiore regolarità della successione delle potenze rispetto a quella dei primi. Le tecniche utilizzate sono analoghe al caso precedente, sebbene in questo caso maggiore accuratezza vada posta alla scelta della regione zero-free per le funzioni $L$ di Dirichlet, al corrispondente fenomeno di Deuring-Heilbronn nonché al trattamento in intervalli corti della serie singolare.

## Mathias Lederer (Venerdí 14 novembre, ore 17.30–17.50)

### Explicit constructions in splitting fields of polynomials

Let $K$ be a field and $f = Z^n + a_1 Z^{n-1} + \ldots + a_n$ a monic univariate polynomial with coefficients in $K$, irreducible and separable over $K$. Let $x = (x_1, \ldots, x_n)$ be the $n$-tuple of the zeros of $f$ in some field extension of $K$ and $T = (T_1, \ldots, T_n)$ be indeterminates over $K$. The *relation ideal* $I$ of $f$ is the set of polynomials in $K[T]$ vanishing at $x$, thus

$$I = \{P \in K[T]; P(x) = 0\}.$$

The importance of the relation ideal lies in the fact that the quotient $K[T]/I$ is isomorphic to the splitting field of $f$. Thus if we had a Gröbner basis of the relation ideal, we could perform computations in the splitting field of $f$. In particular we would have a good tool to tackle computations in algebraic number fields.

I will talk about the construction of a Gröbner basis (for the lexicographical ordering of $T$) of the relation ideal. This Gröbner basis is indeed of the simplest possible shape – it is *triangular*. This means that $I$ is generated by $\widehat{f_i}$, for $i = 1, \ldots, n$, where $\widehat{f_i}$ is a polynomial in $T_1, \ldots, T_i$, monic with regard to $T_i$. From this it follows that the algorithm for reducing a polynomial in $K[T]$ modulo the ideal $I$ is nothing but the usual euclidean division by $\widehat{f_n}, \ldots, \widehat{f_1}$. The ingredients for my construction are the Galois group of $f$ on the one hand and the zeros of $f$ on the other hand. The formula for the Gröbner basis is a multidimensional version of Lagrange interpolation.

As for polynomials over $\mathbb{Q}$, nowadays it is possible to compute the Galois group for polynomials up to degree 15. However, the situation is not so good for the zeros of such polynomials: We do not have the zeros themselves at hand but only approximations to the zeros. I will discuss the method of $p$-adic approximation of the zeros. This method serves to determine the Gröbner basis not just approximatively but exactly. I will illustrate the whole process by giving some examples.

As an additional result of my work, I will give a classical theorem of E. Galois an explicit shape. The theorem of Galois is as follows:

> A rational polynomial $f$ of degree $p$, where $p$ is a prime number, is solvable by radicals if and only if each zero of $f$ can be expressed as a polynomial (with rational coefficients) in any two other zeros.

The theorem does not tell us in which way one zero can be expressed as a polynomial in two other zeros. In fact, this can be achieved just by evaluating $P(x)$, where $P$ is an appropriate generator of the relation ideal $I$.

## Razvan Dinu Litcanu (Venerdí 14 novembre, ore 18.00–18.20)

### Alcune osservazioni su una congettura di Dwork

A classical theorem of Klein characterizes the second order differential operators on algebraic curves having finite projective monodromy, as pull-backs of hypergeometric operators in the basic Schwarz list. On the other hand, if $S$ is the set of all second order elements of $\mathbb{C}(X)[D]$ having given Riemann data, parametrized by a certain number of accesory parameters, B. Dwork raised the question of the shape of the subset $S' \subset S$ corresponding to equations with a full set of algebraic solutions. There are also more explicit formulations of this problem, for example the finiteness of the set of elliptic curves admitting a Lamé operator with fixed finite projective monodromy.

We take advantage of the topological and combinatorial properties of the finite covers of the projective line, in particular of the Belyi functions, in order to deduce this type of results, with a significant gain in effectivity. In particular, we reobtain some results of F. Baldassarri and B. Chiarellotto in the case of the Lamé operators.

## Giuseppe Melfi (Sabato 15 novembre, ore 11.30–11.50)

### Su alcune successioni di interi

Numeri pratici. Un numero $m$ è pratico se ogni intero $n < m$ è esprimibile come somma di divisori distinti di $m$. È noto che i numeri pratici hanno un comportamento simile a quello dei numeri primi. Ogni numero pari può essere espresso come somma di due numeri pratici. Altri risultati di questo tipo sono stati dimostrati in questi anni. In particolare Saias ha dimostrato che, detta $p(x)$ la funzione enumeratrice dei numeri pratici, si ha

$$c_1 \frac{x}{\log x} < p(x) < c_2 \frac{x}{\log x}.$$

Il problema della determinazione della costante $c$ tale che $p(x) \sim cx/\log x$ rimane aperto.

Successioni sum-free. Si dice che una successione crescente di interi positivi è sum-free se ogni elemento non può essere espresso come una somma di altri elementi distinti. Nel 1962 Erdős ha dimostrato che esistono successioni sum-free tali che $n_k < k^{3.5}$. L'esponente è stato abbassato a 3 nel 1999, e per finire Luczak e Schoen hanno dimostrato che l'esponente ottimale è 2. Un problema aperto è il seguente. Sia

$$R = \sup_{n_k \text{ sum-free}} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{n_k}.$$

Oggi si sa solo che $2.064 < R < 3.999$.

Somme di potenze di interi. Un problema sollevato da Erdős nel 1996 è il seguente. Dimostrare che l'insieme delle somme di potenze distinte di 3 e di 4 ha densità asintotica positiva. Si conoscono alcuni risultati correlati, ma su questo problema specifico si sa che se $p_{\{3,4\}}(x)$ è la funzione enumeratrice,

$$p_{\{3,4\}}(x) \gg x^{0.9659}.$$

Espansioni binarie simultanee. Sia $S$ l'insieme degli interi $n$ tali che $B(n) = B(n^2)$, dove $B(n)$ è la somma delle cifre nell'espansione binaria di $n$, e sia $p_S(x)$ la funzione enumeratrice. Si congettura che

$$p_S(x) \sim x^{\alpha + o(1)}$$

con $\alpha = \log 1.6875/\log 2 \simeq 0.7548875$. Attualmente si sa che

$$x^{0.025} < p_S(x) < x^{0.9183}.$$

## Giuseppe Molteni (Giovedí 13 novembre, ore 16.30–16.50)

### Il polinomio caratteristico di due matrici trigonometriche

Sia $s > 1$ un intero dispari e sia $r$ un secondo intero coprimo con $s$. Per ogni coppia $r, s$ si considerino le matrici

$$\Big[\sin\big(\frac{rmn\pi}{s}\big)\Big]_{0<m,n<s} \quad \text{e} \quad \Big[\sin\big(\frac{rmn\pi}{s}\big)\Big]_{\substack{0<m,n<s\\(mn,s)=1}}$$

che compaiono in alcune formule che legano i numeri $L(1,\chi)$ ($\chi$ carattere di Dirichlet modulo $s$) ai numeri di Bernoulli. Nell'intervento si mostrerà come i polinomi caratteristici di queste matrici mostrino alcune 'curiose regolarità' dipendenti dalle proprietà aritmetiche di $r$ ed $s$. Si esporranno inoltre due teoremi che consentono di determinare tali polinomi e di spiegarne così la particolare dipendenza dai parametri.

## Francesco Pappalardi (Giovedí 13 novembre, ore 18.00–18.20)

### Somme esponenziali e enumerazione di polinomi permutazione

I polinomi permutazione sono quei polinomi in $\mathbf{F}_q[x]$ che, come funzioni, permutano gli elementi di $\mathbf{F}_q$. Ogni permutazione di $\mathbf{F}_q$ può essere rappresentata in modo unico come polinomio di grado minore di $q-1$. È un problema aperto quello di enumerare i polinomi permutazione di grado fissato. Presenterò alcuni risultati ottenuti in collaborazione con Sergey Konyagin in cui si usano le somme esponenziali per dimostrare delle formule asintotiche relative a questo problema.

## Federico Pellarin (Giovedí 13 novembre, ore 11.30–11.50)

### Sistemi differenziali e stime di molteplicità

Sia $q$ un numero complesso tale che $|q| < 1$, si considerino le serie

$$\begin{aligned} E_2 &= 1 - 24\sum_{n=1}^{\infty}\sigma_1(n)q^n \\ E_4 &= 1 + 240\sum_{n=1}^{\infty}\sigma_3(n)q^n \\ E_6 &= 1 - 504\sum_{n=1}^{\infty}\sigma_5(n)q^n, \end{aligned}$$

e la derivazione $D = \dfrac{qd}{dq}$. L'anello $\mathbb{C}[E_2,E_4,E_6]$ è chiuso rispetto a $D$. Nesterenko ha dimostrato che se $\mathcal{P}$ è un ideale primo $D$-stabile di $\mathbb{C}[E_2,E_4,E_6]$, tale che

$$\mathcal{P}(q \mapsto 0) = (0),$$

allora $\Delta = (E_4^3 - E_6^2) \in \mathcal{P}$. Questa proprietà elementare, che chiamiamo "proprietà di Ramanujan in $q = 0$" (e che sarà ridefinita più precisamente nel seminario), è cruciale nel teorema che segue.

**Teorema (Nesterenko).** Esiste una costante $c > 0$ tale che per ogni polinomio $P \in \mathbb{C}[q, E_2, E_4, E_6]$ di grado inferiore o uguale a $\sigma$, si ha:

$$\mathrm{ord}_{q=0} P(q, E_2, E_4, E_6) \leq c\sigma^4.$$

Questo teorema è essenziale ad esempio, nella dimostrazione dell'indipendenza algebrica dei numeri $\pi$ e $e^{\pi}$, compiuta dallo stesso Nesterenko.

Presenteremo dei risultati simili al teorema di cui sopra, per altri sistemi differenziali. In particolare, certi sistemi differenziali associati a una classe di polinomi in forme modulari di Hilbert (definite su $\mathcal{H} \times \mathcal{H}$, dove $\mathcal{H}$ è il semipiano superiore complesso), soddisfano la proprietà di Ramanujan (in punti o sottovarietà analitiche qualunque).

Euristicamente, un ideale primo differenzialmente stabile contiene sempre una certa forma modulare "sorella" della forma $\Delta$ di Jacobi.

Possiamo dedurre dalla proprietà di Ramanujan, delle stime di molteplicità per polinomi in forme modulari, più o meno precise (secondo il sistema differenziale sottostante), ma in ogni caso inaccessibili attraverso le sole tecniche introdotte da Nesterenko per studiare questa proprietà.

A questo fine, introdurremo un "braket multiplo" sulle forme modulari che generalizza il braket di Rankin in una direzione ortogonale a quella dei cosiddetti "braket di Rankin-Cohen", e che dovrebbe avere un interesse indipendente dallo studio delle stime di molteplicità.

## Alberto Perelli

(Giovedí 13 novembre, ore 14.30–15.20)

### Funzioni $L$: la classe di Selberg

Verrà presentata una panoramica sulla classe assiomatica $S$ delle funzioni $L$ introdotta da Selberg; in particolare verranno presentate le congetture fondamentali e i risultati noti sulla struttura di $S$ e sull'indipendenza in $S$.

## Ottavio G. Rizzo

(Venerdí 14 novembre, ore 12.30–12.50)

### Esponenziazione veloce con le catene di addizione/sottrazione

Sia $E$ un monoide additivo e supponiamo di voler calcolare $12P$ dove $P \in E$. Il metodo più ovvio è calcolare

$$12P = \underbrace{P + P + \cdots + P}_{\text{12 volte}}$$

È chiaro, però, che undici addizioni sono troppe: possiamo ad esempio calcolare

$$12P = 2\bigl(2(2P + P)\bigr)$$

con solo tre raddoppi ed un'addizione. È facile convincersi che questa decomposizione è strettamente connessa con la *catena d'addizione* $1, 2, 3, 6, 12$; dove ogni termine è ottenuto come somma di due termini precedenti. Se $E$ è un gruppo, abbiamo a disposizione anche le sottrazioni, in questo modo possiamo calcolare, ad esempio

$$15P = 2\bigl(2(2P + P) + P\bigr) + P = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2P - P$$

con quattro raddoppi ed una sottrazione piuttosto che tre raddoppi e tre addizioni. Questo è conveniente, però, solo nei casi in cui l'inversione è gratuita, ad esempio il gruppo dei punti razionali di una curva ellittica.

Se occorre calcolare multipli molto grossi di $P$, ad esempio se si usa il metodo di fattorizzazione degli interi basato sulle curve ellittiche o nelle applicazioni crittografiche, è importante ridurre al minimo il numero di operazioni, cioè trovare una catena il più corta possibile. Questo problema è estremamente difficile e normalmente ci si accontenta di trovare, rapidamente, una catena sufficientemente breve.

Illustrerò alcuni dei metodi principali, con i relativi vantaggi e svantaggi: binario, $2^m$-ario, finestre scorrevoli, NAF. Tempo permettendo, illustrerò anche alcuni metodi recentissimi che sfruttano le proprietà del Frobenius in particolari classi di curve ellittiche (curve di Koblitz).

Presenterò infine dei risultati preliminari sul numero di operazioni richieste dalle finestre scorrevoli.

## Amedeo Scremin (Venerdí 14 novembre, ore 16.30–16.50)

### **Equazioni e disequazioni diofantee esponenziali**

Si consideri l'anello delle somme di potenze con coefficienti algebrici e radici intere positive, cioè delle funzioni complesse di $\mathbb{N}$ della forma

$$G_n = a_1\alpha_1^n + a_2\alpha_2^n + \ldots + a_t\alpha_t^n, \tag{3.2}$$

con $a_i \in \overline{\mathbb{Q}}$ e $\alpha_1 > \alpha_2 > \ldots > \alpha_t \in \mathbb{Z}^+$.

Fin dagli anni '70 le equazioni Diofantee contenenti somme di potenze sono state affrontate con l'uso delle stime di A. Baker per le forme lineari in logaritmi, lasciando però irrisolti molti problemi. Recentemente P. Corvaja e U. Zannier hanno aperto una nuova via per affrontare tali problemi, grazie all'applicazione in questo contesto del Teorema del Sottospazio di W. Schmidt. In questo intervento prima esporremo i risultati ottenuti con tale metodo, per poi passare ad illustrare nuovi risultati raggiunti dall'autore, parzialmente insieme a C. Fuchs.

Il primo fra questi risultati riguarda la finitezza delle soluzioni $(n,y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{Z}$ dell'equazione

$$F(G_n, y) = f(n),$$

dove $F(x,y) \in \overline{\mathbb{Q}}[X,Y]$ è monico, assolutamente irriducibile e di grado almeno 2 e $f(x) \in \mathbb{Z}[X]$ e $G_n$ sono non costanti.

Successivamente considereremo casi in cui appaiono più somme di potenze come, ad esempio, l'equazione

$$F(n,y) = G_n^{(0)}y^d + G_n^{(1)}y^{d-1} + \ldots + G_n^{(d-1)}y + G_n^{(d)} = 0 \tag{3.3}$$

e la disequazione

$$\left|F(n,y)\right| < \alpha^{n(d-1-\varepsilon)}, \tag{3.4}$$

con $\varepsilon > 0$, $F$ monico in $y$ e

$$\alpha = \max_{i=1,\ldots,d} \left(\alpha_1^{(i)}\right)^{\frac{1}{i}}.$$

Mostreremo che, sotto opportune ipotesi, per tutte le soluzioni di (2), a parte un numero finito, $y$ è facilmente parametrizzabili con un insieme finito di somme di potenze. Anche per (3) giungeremo ad una simile conclusione.

Tutti questi risultati costituiscono generalizzazioni di quelli ottenuti da P. Corvaja e U. Zannier su tali problemi.

## Thomas Stoll (Venerdí 14 novembre, ore 17.00–17.20)

### Equazioni diofantee per polinomi ortogonali

Fissiamo in anticipo una famiglia arbitraria di polinomi $\{p_k(x)\}$ con $p_k(x) \in \mathbb{Q}[x]$ e $\deg p_k(x) = k$. Un problema interessante nel campo della teoria dei numeri è il seguente:

*Si determinino le condizioni per le quali l'equazione diofantea*

$$\mathcal{A}\, p_m(x) + \mathcal{B}\, p_n(y) = \mathcal{C} \tag{3.5}$$

*con $\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C} \in \mathbb{Q}$, $\mathcal{A}\mathcal{B} \neq 0$, $m > n \geq 2$ amette un numero finito oppure un numero infinito di soluzioni intere $(x, y)$.*

Questo problema generale contiene anche dei problemi classici, per esempio l'equazione diofantea

$$m!\binom{x}{m} - n!\binom{y}{n} = 0$$

ossia la questione se esiste un numero finito oppure infinito di numeri interi $(x, y)$ tali che le loro progressioni decrescenti di lunghezza $m$ e rispettivamente $n$ hanno prodotti uguali. Per decidere il problema (3.5) per polinomi fissati $p_n(x)$ e $p_m(x)$ possiamo usare il famoso teorema di Siegel. Purtroppo dobbiamo sempre calcolare il genus della curva algebrica definita da (3.5). Questo è difficile in quanto vogliamo esaminare famiglie polinomiali che *per se* dipendono da parametri; per esempio, se denotiamo con $P_k^{(\alpha,\beta)}(x)$ i polinomi di Jacobi ortogonali rispetto alla funzione $(1-x)^{\alpha}(1+x)^{\beta}$:

$$\mathcal{A}\, P_m^{(\alpha,\beta)}(x) + \mathcal{B}\, P_n^{(\alpha,\beta)}(y) = \mathcal{C}.$$

Recentemente Bilu e Tichy hanno combinato i risultati parziali di Ritt, Fried *et. al* per fornire un criterio piú esplicito per solvere il problema (3.5).

Nella prima parte del seminario descriveremo il teorema di Bilu e Tichy e noteremo le implicazioni per famiglie polinomiali che hanno zeri semplici reali e soddisfano una certa monotonia dei punti estremali. Le riduzioni ottenute per questa classe di famiglie polinomiali ci permette di studiare famiglie di polinomi classici continui ortogonali (Jacobi $\{P_k^{(\alpha,\beta)}(x)\}$, Gegenbauer $\{C_k^{(\lambda)}(x)\}$, Legendre $\{P_k(x)\}$, Chebyshev $\{T_k(x)\}$, Laguerre $\{L_k^{(\alpha)}(x)\}$, Hermite $\{H_k(x)\}$) perché queste soddisfano entrambe le due condizioni.

Nella seconda parte del intervento vorrei esporre i risultati recentemente ottenuti da Tichy e l'autore. Proviamo la finitezza in (3.5) con $m, n \geq 4$ per tutte le famiglie di polinomi classici continui ortogonali con una interessante esclusione, famosa per le sue proprietà analitiche: i polinomi di Chebyshev $\{T_k(x)\}$.

Concluderemo il seminario con la domanda (3.5) per polinomi classici discreti ortogonali (Meixner $\{M_k^{(\beta,c)}(x)\}$, Krawtchouk $\{K_k^{(p,N)}(x)\}$ etc.) ed altri problemi.

## Andrea Surroca (Venerdí 14 novembre, ore 12.00–12.20)

### Punti interi sulle curve algebriche e congettura *abc*

Nel 1929 Siegel mostró che una curva algebrica affine non eccezionale (cioè di genere $g \geq 1$ o di genere nullo con almeno tre punti all'infinito) ha un numero finito di punti interi. (Se $s$ è il numero dei punti al infinito, la caratteristica di Euler-Poincaré è $\chi(U) = 2-2g-s$. La curva $U$ è non eccezionale se $\chi(U) < 0$.) Nella sua dimostrazione, Siegel utilizza il teorema di Thue-Siegel, che conduce a dei risultati non effettivi, nel senso che non produce un algoritmo per determinare l'insieme delle soluzioni. Dimostrando l'analogo $p$-adico del teorema di Thue-Siegel, Mahler generalizzó il risultato ai punti $S-$interi, ossia quelli che hanno i fattori primi del denominatore nell'insieme finito $S$.

Fino ad ora, i resultati effettivi che si conoscono sono stati ottenuti tramite il teorema di Baker sulle forme lineari di logaritmi. Questo metodo permette di maggiorare l'altezza dei punti $(S-)$interi e, almeno in teoria, di trovare i detti punti.

Elkies propose un nuovo approccio effettivo per studiare i punti razionali, ma tale approccio è congetturale, visto che si basa sulla congettura *abc* di Masser et Oesterlé.

In questo seminario descriveremo alcuni legami tra le stime superiori dell'altezza dei punti $S-$interi e la congettura *abc*.

La congettura *abc* su $\mathbf{Q}$ afferma che per ogni $\varepsilon > 0$, esiste un numero reale $c_\varepsilon > 0$ tale che per ogni terna $(a,b,c)$ di numeri razionali non nulli e tali che $a+b=c$, l'altezza $h(a,b,c) = \log\max\{|a|,|b|,|c|\}$ sia inferiore a $(1+\varepsilon)r + c_\varepsilon$, dove $r$ rappresenta il "radicale" di $(a,b,c)$, ossia la somma dei logaritmi dei numeri primi che dividono $abc$.

Seguendo le idee di Elkies e supponendo vera la congettura *abc* estesa a ogni campo di numeri, otteniamo una stima superiore, uniforme in $S$, per l'altezza dei punti $S-$interi di ogni curva $U$ che verifica $\chi(U) < 0$.

Reciprocamente, una stima uniforme in $S$ per i punti $S-$interi permette di ottenere un risultato nella direzione della congettura *abc*. Precisamente, data una curva affine $U$ definita su un campo di numeri $K$ e tale che $\chi(U) < 0$, e una funzione altezza $h$ definita su $U$ ed associata a un divisore di grado 1, facciamo l'ipotesi seguente e dimostriamo il teorema qui sotto.

***Siegel (U,K).*** *Per ogni intero naturale $\delta > 0$, esistono dei numeri reali $k_1(U,h,\delta) > 1, k_2(U,h,\delta) > 0$ e $k_3(U,h,\delta) > 0$ tali che, per ogni estensione finita $L/K$ di grado $[L:\mathbf{Q}] \leq \delta$, per ogni insieme finito $S$ di valutazioni ultrametriche di $L$ e per ogni punto $S-$intero $x$ di $U$, abbiamo*

$$h_L(x) \leq k_1 \sum_{\ell \in S} \log N_{L/\mathbf{Q}}(\ell) + k_2 \log d_L + k_3,$$

*dove $d_L$ è il valore assoluto del discriminante del campo $L$ e $h_L = [L:\mathbf{Q}]h$.*

**Teorema.** *Sia $U$ una curva algebrica affine su $K$ tale che $\chi(U) < 0$ e $h$ una funzione altezza definita su $U$ ed associata a un divisore di grado 1.*

*L'ipotesi Siegel (U,K) implica una versione della congettura abc dove l'altezza di $(a,b,c)$ è maggiorata da una funzione esplicita lineare nel "radicale" di $(a,b,c)$.*

Per concludere citeremo delle applicazioni di questo teorema.

## Valerio Talamanca (Giovedí 13 novembre, ore 10.30–10.50)

### Prodromi di una teoria delle altezze su $K$-algebre separabili non commutative

Uno degli strumenti più utili ed importanti nello studio delle proprietà aritmetiche delle varietà algebriche è quello delle "altezze". In pratica un altezza è una funzione che misura la complessità aritmetica dei punti (o sottovarietà) della varietà in questione. In particolare la costruzione di altezze normalizzate o canoniche è di grande importanza, basti pensare al ruolo giocato dall'altezza di Neron-Tate nella congettura di Birch&Swinnerton-Dyer.

Il tipo di problematica che affronteremo in questo seminario è quello che riguarda la possibilità di definire altezze, che si possano considerare come canoniche, su spazi vettoriali dotati di una struttura algebrica aggiuntiva (per esempio le $K$-algebre) in analogia con la costruzione di altezze canoniche su varietà algebriche proiettive dotate di una struttura algebrica aggiuntiva e cioè le varietà abeliane.

Sia $K$ un campo di numeri e $V$ un $K$-spazio vettoriale di dimensione finita. Per poter definire un altezza omogenea su $V$, è necessario dotare $V$ di una qualche struttura aggiuntiva. Una delle possibili scelte di struttura è quella di usare le cosidette "*norme adeliche*". Ricordiamo che una norma adelica su $V$ altro non è che una famiglia $\mathcal{F} = \{N_v : V_v = V \otimes_K K_v \to \mathbb{R},\, v \in \mathcal{M}_K\}$ di norme che rispetta certe condizioni di compatibilità, qui $\mathcal{M}_K$ denota l'insieme standard dei valori assoluti di $K$. Ci preme sottolineare che le altezze omogenee che di solito vengono usate nella letteratura si possono sempre ottenere come altezze associate a norme adeliche. Il concetto di norma adelica per uno spazio vettoriale è mutuato da quello di metrica adelica introdotto da Zhang in un contesto più generale ma leggermente differente.

Una norma adelica $\mathcal{F} = \{N_v,\, v \in \mathcal{M}_K\}$ su una $K$-algebra $A$ (o l'altezza ad essa associata) si dice compatibile con la struttura di algebra di $A$ se la coppia $A_v = (A \otimes_K K_v,\, N_v)$ è un algebra normata per ogni $v \in \mathcal{M}_K$. Supponiamo che $A$ sia commutativa e semisemplice. In questo eventualità abbiamo dimostrato in un precedente lavoro che su $A$ si può definire un altezza "canonica", che denotiamo $H_A$, che soddisfa le seguenti proprietà:

**H1** $H_A$ è invariante per automorfismi di $A$ come $K$-algebra.

**H2** Sia $H_{\mathcal{F}}$ l'altezza associata ad una norma adelica $\mathcal{F}$ compatibile con la struttura di algebra di $A$ allora:

$$\lim_{n\to\infty} H_{\mathcal{F}}(a^n)^{\frac{1}{n}} = H_A(a)$$

Lo scopo del seminario è quello di discutere una possibile generalizzazione della costruzione di $H_A$ al caso non commutativo.

## Carlo Viola (Venerdí 14 novembre, ore 14.30–15.20)

### L'aritmetica degli integrali euleriani

## Rania Wazir (Giovedí 13 novembre, ore 12.00–12.20)

### Sul rango di Mordell–Weil per famiglie di varietà abeliane

Siano $K$ un campo finitamente generato su $\mathbb{Q}$ e $A$ una varietà abeliana definita su $K$. Il Teorema di Mordell-Weil afferma che l'insieme dei punti razionali $A(K)$ è un gruppo abeliano finitamente generato; il suo rango, detto rango di Mordell-Weil di $A$, è un invariante aritmetico di grande interesse, che però rimane un mistero fino a oggi.

Per esempio, nel caso di una curva ellittica (cioè di una varietà abeliana di dimensione 1) definita su $\mathbb{Q}$, è una congettura comune che esistono curve di rango arbitrariamente alto - però fin'ora il rango più alto trovato è 26.

Una linea di ricerca molto promettente consiste nello studiare famiglie di varietà abeliane $\pi : \mathcal{A} \to \mathcal{X}$ definite su un campo di numeri $k$ (cioè $\pi$ è un morfismo proprio e piatto tra varietà proiettive liscie, tale che la fibra generica $\mathcal{A}_\rho$ è una varietà abeliana definita su $F := k(\mathcal{X})$ ) e di confrontare il rango di $\mathcal{A}_\rho(F)$ con il rango di $\mathcal{A}_x$ per $x \in \mathcal{X}(k)$.

Nel caso in cui $\mathcal{X}$ è una curva, il Teorema di Specializzazione di Silverman prova che

$$\text{rango}\mathcal{A}_\rho(F) \leq \text{rango}\mathcal{A}_x$$

per quasi ogni $x \in \mathcal{X}(k)$. La dimostrazione consiste nel misurare la variazione della funzione altezza di Weil in una famiglia di varietà abeliane definite su $k$. In questo intervento, dimostreremo come le funzioni altezza aritmetiche di Moriwaki possano essere utilizzate per ottenere lo stesso risultato per una famiglia $\pi : \mathcal{A} \to \mathcal{X}$ definita su $K$, fornendo così un bell'esempio della 'Height Machine' in azione.

## Leonardo Zapponi (Sabato 15 novembre, ore 12.30–12.50)

### Alberi e torsione sulle curve iperellittiche

Lo scopo di questo seminario è descrivere due applicazioni aritmetiche dei dessins d'enfants di Grothendieck, entrambe legate alla costruzione di punti di torsione su curve iperellittiche.

# 4

# Alberghi e Ristoranti

## 4.1 Alberghi convenzionati con l'Università

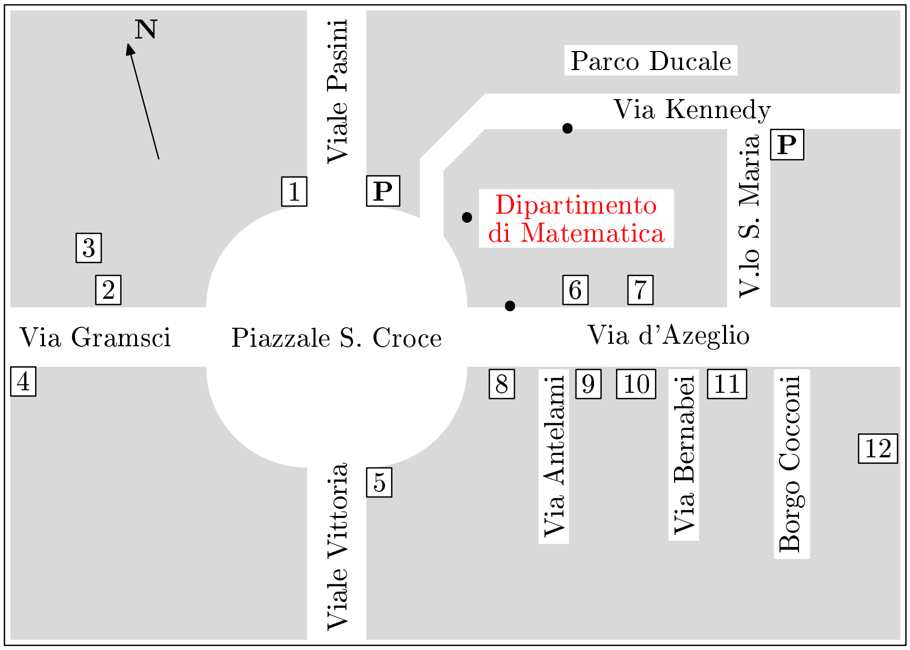
Chi intende utilizzare gli alberghi convenzionati con l'Università al momento della prenotazione deve specificare il nome del Convegno, e richiedere il prezzo convenzionato.

****** Park Hotel Stendhal** Via Bodoni, 3, Parma. Telefono 0521 208057, Fax 0521 285655. Per il Convegno sono state riservate 9 camere singole e 6 doppie, che devono essere prenotate tassativamente entro il 30 settembre. I prezzi sono: Euro 96,00 singola, Euro 150,00 doppia, Euro 125,00 doppia uso singola. Indirizzo di posta elettronica: stendhal.htl@rsadvnet.it L'Hotel si trova approssimativamente fra la Stazione ed il Palazzo della Pilotta, vicino a Piazza della Pace. Per raggiungere il Dipartimento di Matematica si può usare l'autobus numero 3, 4 o 5 da Via Mazzini.

****** Park Hotel Toscanini** Viale Toscanini, 4, Parma. Telefono 0521 289141, Fax 0521 283143. Per il Convegno sono state riservate 12 camere, che devono essere prenotate tassativamente entro il 10 settembre. I prezzi comprendono la prima colazione a buffet, e sono: Euro 80.00 singola, Euro 90.00 singola con letto francese, Euro 120.00 doppia, Euro 100.00 doppia uso singola. Indirizzo di posta elettronica: info@hoteltoscanini.com L'Hotel si trova lungo la riva destra del Fiume Parma (la stessa della Stazione), poco oltre il Ponte di Mezzo. Per raggiungere il Dipartimento di Matematica si può usare l'autobus numero 3, 4 o 5 da Via Mazzini.

***** Hotel Torino** Borgo Mazza, 7, Parma. Telefono 0521 281046, Fax 0521 230725. Per il Convegno sono disponibili 5–7 camere, che devono essere prenotate tassativamente entro il 31 luglio. I prezzi comprendono la prima colazione, e sono: Euro 72,00 singola, Euro 106,00 doppia, Euro 95,00 doppia uso singola. L'Hotel si trova quasi di fronte al Teatro Regio. Per raggiungere il Dipartimento di Matematica si può usare l'autobus numero 3, 4 o 5 da Via Mazzini.

**Residenza S. Ilario** Borgo Bosazza, 13, Parma. Telefono 0521 220711, Fax 0521 220720. Queste sono state gestite direttamente dall'Organizzatore locale. Indirizzo di posta elettronica: s.ilario@ceur.it, pagina web: `http://www.ceur.it/santilario/index.htm`




Le immediate vicinanze del Dipartimento di Matematica i cui ingressi su Via d'Azeglio, Piazzale S. Croce e Via Kennedy sono indicati da •. Si può parcheggiare gratuitamente lungo Viale Pasini, e a pagamento lungo Viale Vittoria, Via Kennedy e nelle aree indicate da **P**. I numeri arabi indicano le posizioni approssimative di Bar e Ristoranti.

## 4.2 Bar e Ristoranti nei pressi del Dipartimento

1. **Monica Bar**, Piazzale S. Croce, 19/C, chiuso il giovedí.
2. Self Service **Il Tempo** (Salumeria Garibaldi), Via Gramsci, 5, aperto a pranzo escluso il sabato. Tel. 0521 292366.
3. Ristorante cinese **Okey**, Via Gramsci, 5/B. Tel. 0521 293 001.
4. Bar Paninoteca **Eden**, Via Gramsci, 10/a. Tel. 0521 290 790.
5. Pizzeria **Un posto al sole**, Viale della Vittoria, 43.
6. Ristorante indiano **Shri Ganesh**, Via d'Azeglio, 79. Tel. 0521 200 169.
7. Ristorante pizzeria **Al Gattopardo**, Via d'Azeglio, 63/A. Tel. 0521 286 183. Chiuso il lunedí.
8. Pasticceria **D'Azeglio**, Via d'Azeglio, 130. Tel. 0521 282 246.
9. Bar **Perugina**, Via d'Azeglio, 106. Tel. 0521 238 567.
10. **Caffetteria del Borgo**, Via d'Azeglio, 84/a.
11. Pizzeria **Il Sole**, Via d'Azeglio, 80/a. Solo pizza da asporto.
12. Ristorante **Aldo**, Piazzale Inzani, 15. Chiuso la domenica sera e il lunedí.

## 4.3 Ristoranti consigliati in centro

13. Trattoria **Corrieri**, Via Conservatorio, 1. Tel. 0521 234 426. Chiuso la domenica.
14. Trattoria **Mariposa**, Borgo Garimberti, 27. Specialità sarde. Tel. 0521 235 545. Chiuso la domenica e il lunedí sera.
15. Ristorante Taverna **Gallo d'Oro**, Borgo della Salina, 3. Tel. 0521 208 846. Chiuso la domenica.
16. Taverna **I Merli**, Borgo Piccinini, 7/A. Tel. 0521 386 846. Chiuso il lunedí.
17. Ristorante **Leon d'Oro**, Viale A. Fratti, 4/A. Tel. 0521 773 182.
18. **Il Piccolo Principe**, Circolo Il Simposio, Str. Budellungo, 96. Tel. 0521 640 054, 644 515.

# 5

# Indirizzi dei partecipanti


**Francesco Amoroso**
Laboratoire de Mathématiques Nicolas Oresme
CNRS UMR 6139
Université de Caen BP 5186
14032 Caen (F)
amoroso@math.unicaen.fr

**Francesco Baldassarri**
Dipartimento di Matematica
Università di Padova
Via Belzoni, 7
35131 Padova
baldassa@math.unipd.it

**Andrea Bandini**
Dipartimento di Matematica
Università di Pisa
Via I. Bargagna, 42
56124 Pisa
bandini@mail.dm.unipi.it

**Danilo Bazzanella**
Dipartimento di Matematica
Politecnico di Torino
Corso Duca degli Abruzzi, 24
10129 Torino
danilo.bazzanella@polito.it

**François Brunault**
Institut de Mathématiques de Jussieu
Paris 7 - Denis Diderot
175 rue du Chevaleret
75013 Parigi (F)
brunault@math.jussieu.fr

**Jung-kyu Canci**
Dipartimento di Matematica e Informatica
Università di Udine
Via delle Scienze, 208
33100 Udine
canci@dimi.uniud.it

**Leonardo Cangelmi**
Dipartimento di Scienze
Università "G. d'Annunzio" di Chieti-Pescara
Viale Pindaro, 42
65127 Pescara
cangelmi@sci.unich.it

**Ettore Carletti**
Dipartimento di Matematica
Università di Genova
Via Dodecaneso, 35
16146 Genova
carletti@dima.unige.it

**Guido Carolla**
Piazza G. Mazzini, 24
73100 Lecce
guidocarolla@libero.it

**Francesco Chiera**
Mathematisches Institut
Universität Heidelberg
Fakultät für Mathematik und Informatik, A5, 6
68159 Mannheim (Germania)
chiera@siegel.math.uni-mannheim.de

**Wenchang Chu**
Dipartimento di Matematica “Ennio De Giorgi”
Università di Lecce
Via Provinciale Lecce–Arnesano P.O. Box 193
73100 Lecce
chu.wenchang@unile.it

**Paolo Codecà**
Dipartimento di Matematica
Università di Ferrara
Via Machiavelli, 35
44100 Ferrara
p.codeca@unife.it

**Giovanni Coppola**
DIIMA
Università di Salerno
Via Ponte don Melillo
84084 Fisciano (SA)
gcoppola@diima.unisa.it

**Pietro Corvaja**
Dipartimento di Matematica e Informatica
Università di Udine
Via delle Scienze, 206
33100 Udine
corvaja@dimi.uniud.it

**Alessandro De Luca**

Viale Maria Cristina di Savoia, 45B
80122 Napoli
aledeluca@fastwebnet.it

**Roberto Dvornicich**
Dipartimento di Matematica
Università di Pisa
Via Filippo Buonarroti, 2
56127 Pisa
dvornic@dm.unipi.it

**Luca Ferrari**
Dipartimento di Matematica “R. Magari”
Università di Siena
Via del Capitano, 15
53100 Siena
ferrari@math.unifi.it

**Antonella Fiorillo**

Via Scipione Africano, 14
81030 Parete (CE)
rotonda@interfree.it

**Marco Garuti**
Dipartimento di Matematica Pura ed Applicata
Università di Padova
Via Belzoni, 7
35131 Padova
mgaruti@math.unipd.it

**Carlo Gasbarri**
Dipartimento di Matematica
Università di Roma II “Tor Vergata”
Via della Ricerca Scientifica
00133 Roma
gasbarri@mat.uniroma2.it

**Samy Khemira**
Institut de Mathematiques de Jussieu
Paris 6
IMJ Case 247. 175, Rue du Chevaleret
75013 Parigi (F)
khemira@math.jussieu.fr

**Alessandro Languasco**
Dipartimento di Matematica Pura e Applicata
Università di Padova
Via Belzoni, 7
35131 Padova
languasco@math.unipd.it

**Mathias Lederer**
Institut für Mathematik
Universität Innsbruck
Technikerstraße 25/7
6020 Innsbruck (A)
mathias.lederer@uibk.ac.at

**Razvan Dinu Litcanu**
Departament d’Àlgebra i Geometria
Universitat de Barcelona
Gran Via de les Corts Catalanes, 585
08007 Barcelona (E)
rlitcanu@mat.ub.es

**Ignazio Longhi**
Dipartimento di Matematica Pura e Applicata
Università di Padova
Via Belzoni, 7
35131 Padova
ilonghi@math.unipd.it

**Raffaele Marcovecchio**
Dipartimento di Matematica
Università di Pisa
Via Filippo Buonarroti, 2
56127 Pisa
marcovec@mail.dm.unipi.it

**Paolo Maroscia**
Dipartimento di Metodi e Modelli Matematici
Università di Roma “La Sapienza”
Via A. Scarpa, 16
00162 Roma
maroscia@dmmm.uniroma1.it

**Giuseppe Melfi**
Groupe de Statistique
Université de Neuchâtel
Espace de l’Europe, 4
CH 2002 Neuchâtel (CH)
Giuseppe.Melfi@unine.ch

**Giuseppe Molteni**
Dipartimento di Matematica
Università di Milano
Via Cesare Saldini, 50
20133 Milano
giuseppe.molteni@mat.unimi.it

**Marina Monsurrò**
IMB-CSAG
École Polytechnique Fédérale Lausanne
EPFL
1015 Lausanne (CH)
marina.monsurro@epfl.ch

**Andrea Mori**
Dipartimento di Matematica
Università di Torino
Via Carlo Alberto, 10
10152 Torino
andrea.mori@unito.it

**Arianna Mottola**
Via 25 Aprile, 12
81030 Lusciano (CE)
matambaro@hotmail.com

**Francesco Pappalardi**
Dipartimento di Matematica
Terza Università di Roma
Largo San Leonardo Murialdo, 1
00146 Roma
pappa@matrm3.mat.uniroma3.it

**Giandomenico Partipilo**
Via Fiume, 21
70020 Cassano delle Murge
giovannicoltrane@libero.it

**Federico Pellarin**
Département de Mathematique
Université de Caen
Campus 2, Boulevard Maréchal Juin, Bat. S3
14000 Caen (F)
pellarin@math.unicaen.fr

**Alberto Perelli**
Dipartimento di Matematica
Università di Genova
Via Dodecaneso, 35
16146 Genova
perelli@dima.unige.it

**Alfredo Perillo**
Via Paolino, 25
81037 Sessa Aurunca (CE)
3383083288@tim.it

**Ottavio G. Rizzo**
Dipartimento di Matematica
Università di Milano
Via Cesare Saldini, 50
20133 Milano
Ottavio.Rizzo@mat.unimi.it

**Emanuele Sacco**
Via Ciro Menotti, 28
50136 Firenze
emanuelesacco@libero.it

**Amedeo Scremin**
Institut für Mathematik A
Technische Universität Graz
Hafnerriegel, 53
A-8010 Graz (A)
scremin@finanz.math.tu-graz.ac.at

**Thomas Stoll**
Institut für Mathematik
Technische Universität Graz
Steyrergasse 30
8010 Graz (Austria)
stoll@finanz.math.tu-graz.ac.at

**Andrea Surroca**
Institut de Mathematiques de Jussieu
Paris 6
IMJ Case 247. 175, Rue du Chevaleret
75013 Parigi (F)
surroca@math.jussieu.fr

**Andrea Susa**
Dipartimento di Matematica
Terza Università di Roma
Largo San Leonardo Murialdo, 1
00146 Roma
susa@matrm3.mat.uniroma3.it

**Valerio Talamanca**
Dipartimento di Matematica Pura ed Applicata
Università dell'Aquila
Via Vetoio snc Coppito
67010 Coppito (L'Aquila)
valerio@matrm3.mat.uniroma3.it

**Virginia Tambaro**
Via Marco Polo, 24
81030 Parete (CE)
matambaro@hotmail.com

**Stefano Vigni**
Dipartimento di Matematica
Università di Milano
Via Cesare Saldini, 50
20133 Milano
stevigni@mat.unimi.it

**Carlo Viola**
Dipartimento di Matematica
Università di Pisa
Via Filippo Buonarroti, 2
56127 Pisa
viola@dm.unipi.it

**Rania Wazir**
Dipartimento di Matematica
Università di Torino
Via Vespucci 57
10129 Torino
wazir@dm.unito.it

**Alessandro Zaccagnini**
Dipartimento di Matematica
Università di Parma
Via Massimo d'Azeglio, 85/a
43100 Parma
alessandro.zaccagnini@unipr.it

**Umberto Zannier**
Dipartimento di Matematica
Università di Venezia
Dorsoduro 3825/E
30123 Venezia
zannier@dimi.uniud.it

**Leonardo Zapponi**
CSAG
École Polytechnique Fédérale Lausanne
1015 Lausanne (CH)
leonardo.zapponi@epfl.ch

**Davide Zigliani**
Via Maestri del Lavoro, 32
26100 Cremona
dzigliani@hotmail.com